

# Henry Darcy et les écoulements de fluides en milieu poreux

Charles-Michel Marle<sup>1</sup>

*Université Pierre et Marie Curie, 4, place Jussieu, 75252 Paris cedex 05, France*  
*e-mail : marle@math.jussieu.fr*

**Résumé — Henry Darcy et les écoulements de fluides en milieu poreux** — À l’occasion du 150<sup>ème</sup> anniversaire de la parution de l’ouvrage de Henry Darcy intitulé “Les fontaines publiques de la ville de Dijon” et dans lequel il énonce les principes de la loi qui porte son nom, le présent article met en perspective le rôle essentiel de la découverte de Henry Darcy dans les études d’écoulement de fluides en milieu poreux. Nous reproduisons, à la fin de cet article, avec l’aimable collaboration du service documentaire de l’École Nationale des Ponts et Chaussées, la section de l’ouvrage de H. Darcy qui décrit l’expérience soutenant sa célèbre loi.

Mots-clés : Henry Darcy, perméabilité, perméabilités relatives, pression capillaire, lois d’écoulement en milieu poreux

**Abstract — Henry Darcy and fluid flows in porous media** — To mark the 150th anniversary of the publication of the work of Henry Darcy “Les fontaines publiques de la ville de Dijon” in which he announces the principles of the law which bears his name, this article gives a perspective on the important role played by Henry Darcy’s discovery in research on fluid flow in porous media. A section extracted from H. Darcy’s book, in which he describes the experiment at the origin of his famous law, is reproduced at the end of this article from a copy kindly provided by the documentation service of l’École Nationale des Ponts et Chaussées.

Keywords: Henry Darcy, permeability, relative permeabilities, capillary pressure, fluid flow equations

## VIE ET ŒUVRE DE HENRY DARCY

Henry Philibert Gaspard Darcy naquit le 10 juin 1803 à Dijon. Son père, fonctionnaire, mourut en 1817, alors que Henry avait 14 ans. Sa mère, Agathe Angélique Servet, réussit à faire faire de bonnes études à Henry et à son jeune frère Hugues (qui plus tard devint préfet). Henry entra à l’École Polytechnique en 1821, à l’âge de 18 ans, et choisit, à sa sortie, le Corps Impérial des Ponts et Chaussées (qui existe toujours, mais n’est bien sûr plus impérial). De 1823 à 1825 il suivit les cours de l’École des Ponts et Chaussées (créée en 1716, aujourd’hui la plus ancienne Grande École de France). Il commença sa carrière d’ingénieur en 1826, dans le Jura, puis fut affecté à Dijon. Cette ville n’avait

alors pas de réseau de distribution d’eau satisfaisant. La salubrité publique en fut affectée de manière particulièrement dramatique lors de l’épidémie de choléra de 1832. En 1828, Henry Darcy épousa Henriette Carey.

Henry Darcy entreprit l’étude du captage et de la distribution de l’eau de la source du Rosoir, située à 12 kilomètres de Dijon. Remis en 1834, son projet fut accepté par le conseil municipal l’année suivante, déclaré d’utilité publique par une ordonnance royale en 1837 et, en 1838, Henry Darcy fut officiellement chargé de sa réalisation. En 1840, l’eau du Rosoir arrivait à Dijon, où elle était stockée dans deux réservoirs. Peu après, des canalisations étaient posés dans toutes les rues, et des bornes fontaines publiques étaient installées

tous les 100 mètres. <sup>(1)</sup> En 1847, l'eau était distribuée à tous les étages des bâtiments.

Henry Darcy joua un rôle décisif lors du choix du tracé de la ligne de chemin de fer Paris–Lyon–Marseille, dont la construction avait été décidée en 1842. Le tracé qu'il proposa, passant par Dijon, nécessitait le percement d'un tunnel de 4100 mètres, mais faisait gagner 42 kilomètres. La commission d'experts accepta ce tracé, et Henry Darcy supervisa le percement du tunnel. Le passage du chemin de fer contribua fortement au développement économique et démographique de Dijon.

Henry Darcy dut quitter Dijon lors de la révolution de 1848, et travailla quelque temps au projet du canal du Berry, à Bourges. En 1849, il fut nommé Directeur et Ingénieur en chef du service des Eaux et des Pavés de Paris. Il fut consulté pour la création d'un réseau de distribution d'eau à Bruxelles et effectua diverses missions, notamment à Londres où il étudia le pavage des rues à base de macadam.

De retour à Dijon en 1855, Henry Darcy se consacra à des recherches expérimentales sur l'écoulement de l'eau à travers des massifs de sable, dans des conduites et dans des canaux avec surface libre. Il publia en 1856 son célèbre livre "Les fontaines publiques de la ville de Dijon" [1] (dont l'appendice D contient l'énoncé de la loi qui aujourd'hui porte son nom) et, en 1857, "Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux" (où apparaît, pour la première fois, le concept de couche limite, aujourd'hui d'une grande importance en Mécanique des fluides).

Élu membre de l'Académie des Sciences en 1857, il succéda au mathématicien Augustin-Louis Cauchy dans la fonction de Président de cette prestigieuse Société savante. Il mourut à Paris d'une pneumonie le 2 janvier 1858. Son corps fut ramené à Dijon et reçut des funérailles nationales.

Pour plus de détails sur la vie de Henry Darcy, le lecteur pourra consulter [2–5].

## 1 LES ÉCOULEMENTS MONOPHASIQUES EN MILIEU POREUX

La loi de Darcy, formulée pour la première fois dans l'appendice D de [1], reste de nos jours un élément essentiel de la description mathématique de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux. Elle est toujours largement utilisée dans de nombreux domaines : hydrologie, génie chimique, exploitation des gisements d'hydrocarbures, ... Henry Darcy l'a formulée pour l'écoulement d'eau à travers un cylindre rempli de sable, d'axe vertical, sous la forme suivante :

$$Q = KS \frac{\Delta h}{e},$$

où  $Q$  est le débit,  $S$  l'aire de la section droite et  $e$  la hauteur du cylindre rempli de sable,  $\Delta h$  la différence de charge

(1) Le cheminement administratif du projet avait duré quatre ans, et l'essentiel de sa réalisation moins de deux ans.

hydraulique entre les extrémités inférieure et supérieure du cylindre. Le coefficient  $K$  dépend de propriétés du massif de sable, telles que sa granulométrie. Il s'agit donc d'une loi linéaire, exprimant la proportionnalité entre le débit par unité de section  $Q/S$  et le quotient de la différence de charge par la hauteur  $\Delta h/e$ . Plusieurs lois de même type, exprimant la proportionnalité entre un flux et le déséquilibre qui cause ce flux, étaient déjà connues en 1856 : loi de Fourier pour la conduction de la chaleur (1807), loi d'Ohm pour la conduction de l'électricité (1827), loi de Poiseuille pour l'écoulement laminaire d'un fluide dans un tube cylindrique (1844), loi de Fick pour la diffusion (1855). Très probablement, Henry Darcy connaissait certaines de ces lois et s'en est inspiré; peut-être même a-t-il été élève de de Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768–1830), qui fut Professeur à l'école Polytechnique et publia son traité "Théorie analytique de la chaleur" en 1816.

Initialement globale (valable pour un massif poreux homogène et un écoulement vertical uniforme), la formulation de la loi de Darcy devint rapidement locale, applicable à des corps poreux hétérogènes, à des fluides autres que l'eau, éventuellement compressibles, et à des écoulements non uniformes. Aujourd'hui, elle a la forme suivante :

$$\vec{w} = -\frac{k}{\mu} (\text{grad } p - \rho \vec{g}),$$

où  $\vec{w}$  est la vitesse de filtration (vecteur flux volumique de fluide),  $\text{grad } p$  le vecteur gradient de la pression  $p$ ,  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $\mu$  sa viscosité,  $\vec{g}$  le vecteur accélération de la pesanteur et  $k$  un coefficient, homogène à une surface, pouvant avoir un caractère tensoriel, dépendant uniquement du milieu poreux, appelé perméabilité. L'unité pratique de perméabilité, toujours largement utilisée bien qu'elle ne fasse pas partie d'un système d'unités cohérent, est le *darcy*. Il importe d'observer que les grandeurs qui figurent dans cette équation peuvent dépendre du point de l'espace considéré, voire aussi du temps. Ce sont des grandeurs locales, mais *macroscopiques*, ayant un sens non à l'échelle des pores, mais à l'échelle d'un bloc élémentaire de milieu poreux.

Sous cette forme généralisée, la loi de Darcy est très bien vérifiée par l'expérience, du moins dans un certain domaine : les déformations du milieu poreux doivent être négligeables, et l'écoulement du fluide, à l'échelle des pores, doit être bien décrit par les équations de Navier-Stokes (équations de Navier linéarisées dans lesquelles les termes représentant des forces d'inertie sont négligés, ce qui suppose l'écoulement suffisamment lent). La validité des équations de Navier-Stokes suppose aussi le fluide homogène, de composition constante, le libre parcours moyen des molécules du fluide petit auprès de la dimension des pores, et les phénomènes d'adsorption du fluide sur le solide négligeables. Pour une étude critique approfondie des conditions de validité de la loi de Darcy, le lecteur pourra consulter le livre d'André Houpeurt [6]. Lorsque toutes ces conditions ne sont pas

satisfaites, on peut encore souvent utiliser la loi de Darcy en lui ajoutant des termes correctifs.

Outre la loi de Darcy, les grandeurs qui décrivent, à l'échelle macroscopique, les propriétés de l'écoulement doivent aussi vérifier une relation exprimant la conservation de la masse du fluide, appelée *équation de continuité*, qui s'écrit (pour un milieu poreux parfaitement rigide et immobile et un fluide isotherme de composition constante)

$$\operatorname{div}(\rho \vec{w}) + \Phi \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,$$

où  $\operatorname{div}$  est l'opérateur divergence (appliqué au flux massique de fluide,  $\rho \vec{w}$ ),  $\Phi$  la porosité du milieu (proportion, en volume, de l'espace occupé par le fluide, supposée invariable au cours du temps) et  $t$  le temps;

En hydrologie et dans l'exploitation des gisements d'hydrocarbures, on peut souvent considérer le fluide comme faiblement compressible, lorsque la pression varie peu, en restant voisine d'une pression de référence  $p_0$ . La masse volumique  $\rho$  est alors liée à la pression par une relation de la forme

$$\rho = \rho_0 \exp(\lambda(p - p_0)),$$

où  $\lambda$  est la compressibilité du fluide. On peut alors former, à partir de cette relation, de l'équation de Darcy et de l'équation de continuité, une équation aux dérivées partielles ne contenant plus qu'une seule fonction inconnue, la pression. Dans un milieu homogène, et lorsqu'on néglige les termes non linéaires, cette équation est de la forme

$$\Delta p - 2\rho_0 \lambda \overrightarrow{\operatorname{grad}} p \cdot \vec{g} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}.$$

où le coefficient  $\kappa$  (parfois appelé *coefficient de diffusivité*) a pour expression

$$\kappa = \frac{k}{\mu \lambda \Phi}.$$

C'est une équation de même type que celle qui régit la diffusion ou la propagation de la chaleur (c'est même exactement l'équation de la chaleur lorsqu'on peut négliger les effets de la pesanteur). Elle fut largement utilisée, tant en hydrologie que dans l'exploitation des gisements d'hydrocarbures, jusque vers les années 1960, car de nombreuses solutions exactes en sont connues, et conviennent pour décrire l'écoulement d'un fluide légèrement compressible dans une couche poreuse homogène. Le lecteur intéressé pourra consulter, par exemple, le très beau livre d'André Houpeurt [7], fondateur et premier directeur de la division Forage-Production de l'Institut Français du Pétrole. Aujourd'hui, grâce aux progrès de l'informatique, on peut résoudre numériquement les équations qui régissent les écoulements en milieu poreux sans avoir à supposer le milieu homogène, et sans négliger les termes non linéaires. Mais l'équation de Darcy est toujours utilisée!

## 2 LES ÉCOUPEMENTS POLYPHASIQUES

La loi de Darcy s'applique à l'écoulement d'une phase fluide unique, occupant tout l'espace poreux du milieu. Son extension aux écoulements de deux phases fluides qui se partagent l'espace poreux a été proposée, vers la fin des années 1930, par Leverett [8], Wyckoff et Botset [9]. Il s'agit d'une généralisation très naturelle, que les auteurs cités ont validée expérimentalement. On a alors deux équations de Darcy, une pour chaque phase, de la forme

$$\vec{w}_i = -\frac{kK_i}{\mu_i} (\overrightarrow{\operatorname{grad}} p_i - \rho_i \vec{g}),$$

La plupart des symboles apparaissant dans ces équations ont la même signification que ceux qui figurent dans l'équation de Darcy usuelle du paragraphe précédent; l'indice  $i$  (qui prend les valeurs 1 ou 2) indique la phase à laquelle ils se rapportent. Les deux nouveaux coefficients qui apparaissent,  $K_i$  ( $i = 1$  ou  $2$ ) sont appelés *perméabilités relatives* (à la phase  $i$ ). On admet généralement que ce sont des fonctions de la saturation  $S_i$  (proportion de l'espace poreux occupée par la phase  $i$ ). On remarquera que deux pressions,  $p_1$  et  $p_2$ , figurent dans ces équations; la différence  $p_2 - p_1$ , appelée *pression capillaire*, est, elle aussi, considérée comme une fonction de la saturation.

La validité de ces équations a donné lieu à de nombreuses discussions (voir par exemple [6]); elle est beaucoup plus douteuse que celle de l'équation de Darcy des écoulements monophasiques, et diverses corrections ont été proposées. Cependant, ce sont toujours ces équations qui sont utilisées pour la modélisation des écoulements dans les gisements d'hydrocarbures.

## CONCLUSION

Henry Darcy fut un très grand ingénieur et un remarquable pionnier de la recherche expérimentale appliquée. Homme désintéressé il a, pendant toute sa carrière, œuvré à l'amélioration des conditions de vie de ses concitoyens. Il a écrit son célèbre livre [1] afin de transmettre son savoir-faire, de permettre à d'autres de réaliser, dans d'autres villes, des réseaux de distribution d'eau aussi performants que celui qu'il avait créé à Dijon. Ce livre a récemment été traduit en anglais par Patricia Bobeck et réédité aux États Unis [10]. En France, il est introuvable en librairie et ne peut être consulté que dans certaines bibliothèques spécialisées. Heureusement, la Bibliothèque Nationale, qui a entrepris un remarquable effort de numérisation et de mise en ligne gratuite de documents, l'a placé sur son site. On peut le télécharger gratuitement à l'adresse

<http://gallica.bnf.fr>

à condition de disposer d'une connexion internet rapide et de beaucoup de patience (il ne semble pas possible pour le moment de télécharger le livre entier en une seule fois, il faut procéder page par page).

Les hydrologues ont récemment honoré Henry Darcy à l'occasion du Colloque international [11]. Il est heureux que les pétroliers le fassent aussi, en publiant dans cette Revue un extrait de son célèbre livre.

## RÉFÉRENCES

- [1] H. Darcy (1856) *Les fontaines publiques de la ville de Dijon ; exposition et application des principes à employer dans les questions de distribuion d'eau. Ouvrage terminé par un appendice relatif aux fournitures d'eau de plusieurs villes, au filtrage des eaux et à la fabrication des tuyaux de fonte, de plomb, de tôle et de bitume.* Victor Dalmont, éditeur, Paris.
- [2] P. Bobeck (2006) *Henry Darcy's Public Fountains of the City of Dijon*, Communication au Colloque international *Gestion des grands aquifères*, [11].
- [3] É. Lochot (2006) *Henry Darcy et les fontaines publiques de la ville de Dijon*, Communication au Colloque international *Gestion des grands aquifères*, [11].
- [4] P. Rat (2006) *Darcy, l'eau à Dijon et l'air du temps*, Communication au Colloque international *Gestion des grands aquifères*, [11].
- [5] C.T. Simmons (2006) *Henry Darcy (1803–1858) : Immortalized by his scientific legacy*, Communication au Colloque international *Gestion des grands aquifères*, [11].
- [6] A. Houpeurt (1974) *Mécanique des fluides dans les milieux poreux, critique et recherche*, éditions Technip, Paris.
- [7] A. Houpeurt (1974) *Éléments de mécanique des fluides dans les milieux poreux*, éditions Technip, Paris.
- [8] M.C. Leverett (1938) *Flow of oil-water mixtures through unconsolidated sands*, Trans. AIME **132**, 149.
- [9] R.D. Wyckoff and H.G. Botset (1936) *The flow of gas-liquid mixtures through unconsolidated sands*, Physics 7, 325.
- [10] H. Darcy (2004) *The Public Fountains of the City of Dijon*. English translation by Patricia Bobeck, Kendall Hunt Pub. Co., Dubuque (Iowa).
- [11] Association Internationale des Hydrogéologues (2006) *Gestion des grand aquifères*. Colloque international, Dijon, 30 mai au 1er juin 2006. Les actes de ce Colloque peuvent être téléchargés sur le site : [http ://www.brgm.fr/brgm/aih/presentation.htm](http://www.brgm.fr/brgm/aih/presentation.htm).